

## MODELOVÁNÍ TENKOSTĚNNÉHO NOSÍKU V POKRITICKÉM STAVU

Petr Frantík<sup>1</sup>

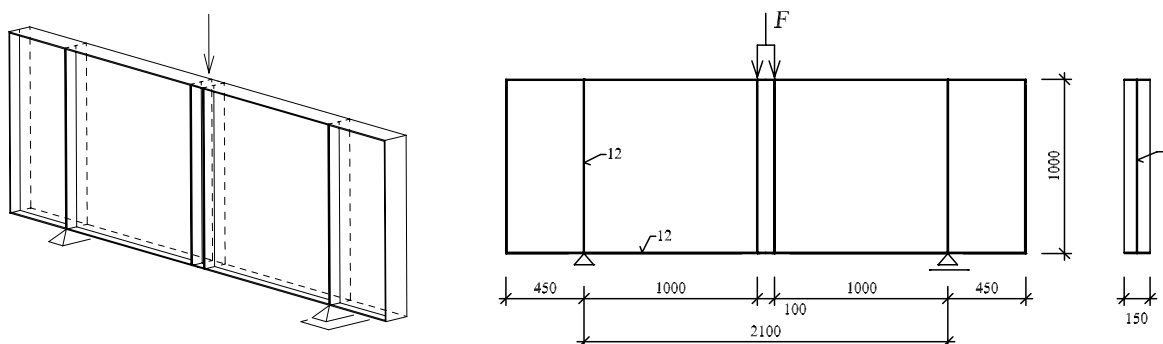
*Abstract: Paper is focused on modeling and dynamical simulation of post-critical behavior of thin-walled girder. There is used special method based on physical discretization.*

### 1. Úvod

Výpočet pokritického chování štíhlých a tenkostěnných konstrukcí patří k nejnáročnějším úlohám stavební mechaniky. Do pokritického stavu se konstrukce či její část dostává překročením kritické úrovně zatížení. Při dosažení této úrovně, tzv. bifurkačního bodu, dochází ke ztrátě stability, která je často doprovázena výrazným přechodovým jevem – náhlým přeskokem (viz např. Arnold 1983). Ze statického hlediska se obvykle jedná o tzv. superkritickou vidličkovou bifurkaci, která je známa ze základní úlohy vzpěru prutu, podrobně o bifurkaci viz Frantík & Macur (2006). U konstrukcí tvořených soustavou prvků, které samy o sobě ztrácejí stabilitu, může docházet k poměrně komplikovaným interakcím mezi těmito prvky. Tuto složitost lze přiblížit na velmi jednoduché konstrukci jakou je tzv. vzpěradlo, známé též jako von Misesův nosník, viz Bažant & Cedolin (1991). V článku (Frantík 2007a) je na symetrickém vzpěradle ukázáno, že statický způsob řešení může vést k nesprávným závěrům ohledně stanovení způsobu ztráty stability.

### 2. Úloha

Mějme štíhlý ocelový stěnový nosník profilu I s výztuhami, zatížený v třibodovém ohybu (síla je rozdělena na dvě centrální výztuhy), viz obr. 1.



Obr. 1: Stěnový nosník profilu I včetně jeho dispozice a zatížení

<sup>1</sup> Petr Frantík, Ing., Ph.D., Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno, 5 4114 7376, kitnarf@centrum.cz

Nosník je svařen z těchto plechů: stěna tl. 4 mm, pásnice a výztuhy tl. 12 mm. Objemová hmotnost nosníku je uvažována  $7850 \text{ kg/m}^3$ . Materiál plechů je prozatím modelován jako lineární s modulem pružnosti 210 GPa respektive 81 GPa ve smyku.

Tento stěnový nosník je již delší dobu rozsáhle zkoumán týmem prof. Miroslava Škalouda, z hlediska únosnosti, ztrát stability, únavy; viz např. Kala a kol. (2004).

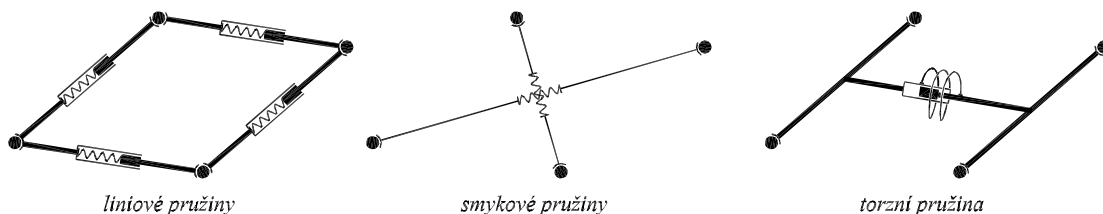
Zde je věnována pozornost podrobnému popisu dynamického modelu stěnového nosníku a prvním výsledkům, kterých bylo dosaženo.

### 3. Model

V úvodu článku bylo řečeno, že pokritické působení je náročnou úlohou. Rovněž byla vyjádřena nevýhoda statického řešení takové úlohy. Dynamický přístup, kromě lepšího vystižení reálného zatěžování, poskytuje určitou záruku „správné cesty“ ztráty stability. K tomuto účelu a pro zajištění nízké výpočetní náročnosti byl navržen netradiční přístup modelování pomocí fyzikální diskretizace (přehled diskretizačních metod uvádí Henrych (1985)). Zde užitá fyzikální diskretizace byla vyvinuta a implementována autorem článku do podoby aplikace FyDiK, viz Frantík (2007b).

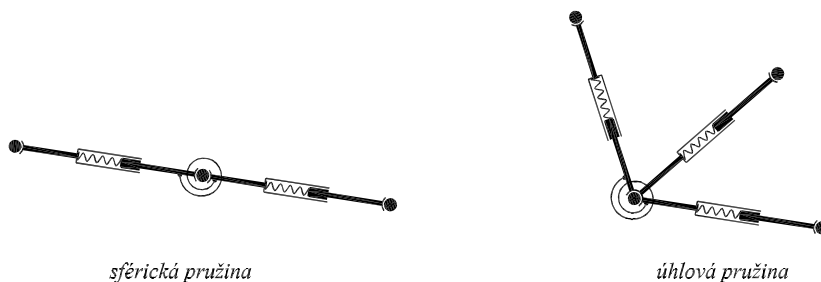
Plechý nosníku jsou v pravidelné mřížce rozděleny na hmotné body, které jsou vzájemně spojeny skupinou pěti interakčních pružin. Tento trojrozměrný diskretizační postup byl poprvé užit pro simulaci kroucení štíhlého prutu (Frantík 2006a) a rozvinut v článku (Frantík 2006b).

První a druhý typ pružin jsou translační (liniové) zajišťující normálovou a smykovou tuhost, viz obr. 2. Třetím typem jsou torzní pružiny pro nastavení kroučící tuhosti stěny. Čtvrtý a pátý typ jsou ohybové pružiny rozdělené na sférické (ohyb roviny) a úhlové (tuhost rohového spoje), viz obr. 3. První tři typy (normálová, smyková a torzní) jsou vázány na jeden obdélníkový segment. Zbývající dva typy – ohybové pružiny – jsou mezisegmentové.



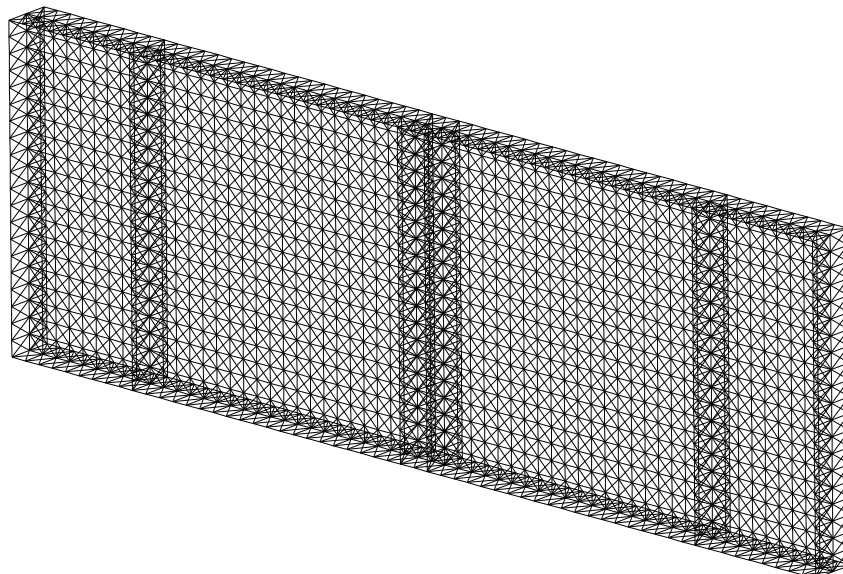
Obr. 2: Schémata pružin vázaných na segment

Liniové pružiny plní rovněž funkci přenosu ohybových momentů generovaných torzními a ohybovými pružinami. Z toho důvodu jsou znázorněny na obr. 2 jako tuhé teleskopické tyče.



Obr. 3: Schémata mezisegmentových pružin

Všechny typy popsaných pružin jsou v modelu uvažovány jako lineární, přičemž je pro definici jejich napjatosti užít úplný geometrický popis, viz publikace Frantík (2006a), díky kterému se do modelu přirozeně zahrne geometrická nelinearita. Množina popsaných pružin vytváří model reflektující všechny podstatné přetvárné vlastnosti.



Obr. 4: Model stěnového nosníku s viditelnými normálovými a smykovými pružinami

Na obrázku 4 je zobrazen model stěnového nosníku rozdělený na 21 vrstev po výšce (1 metr), 61 vrstev po délce (3 metry) a tři vrstvy po šířce (150 mm). Toto rozdělení odpovídá 1753 hmotným bodům (tři stupně volnosti), 6792 translačním pružinám (normálové a smykové) viditelným na obr. 4, 3098 sférickým pružinám, 664 úhlovým pružinám a 1680 torzním pružinám.

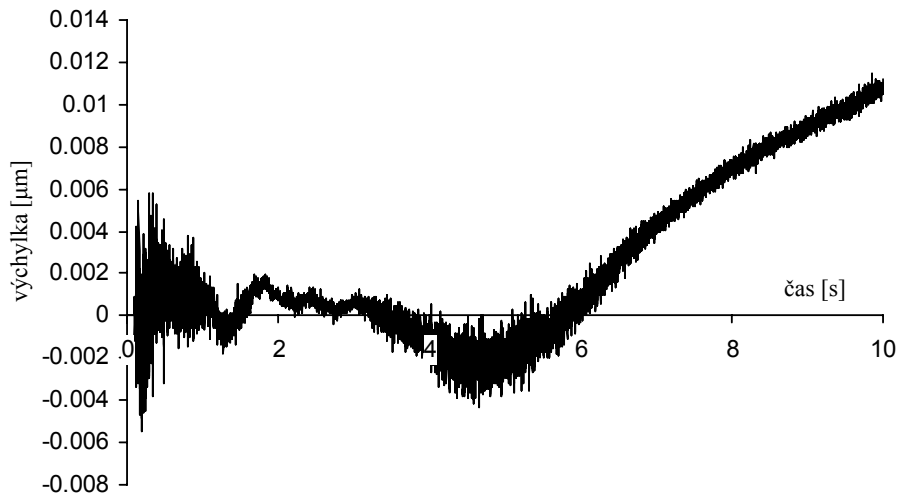
Model je uvažován jako disipativní dynamický systém s polynomiálním viskózním útlumem, viz (Frantík 2006a), řešený numericky metodou klasickou Runge-Kutta.

#### 4. Výsledky simulace

Model byl nejprve otestován pro malé velikosti zatěžovací síly  $F$  (řádově desítky kN) pro ověření počáteční tuhosti. Vypočtena byla dvojí: pro nosník bez imperfekce s hodnotou 400 MN/m a pro nosník s imperfekcí hlavní stěny s hodnotou 380 MN/m. Tyto hodnoty jsou ve shodě s tuhostí získanou od doktora Jiřího Kaly, viz Kala (2008). Imperfekce je do úlohy zavedena prostřednictvím rovnovážné skupiny sil nanesené na počátku simulace. Rovnovážná soustava sil je rozložena tak, aby reflektovala první vlastní tvar vybočení stěny s amplitudou 1/200 šířky stěny, tedy 5 mm).

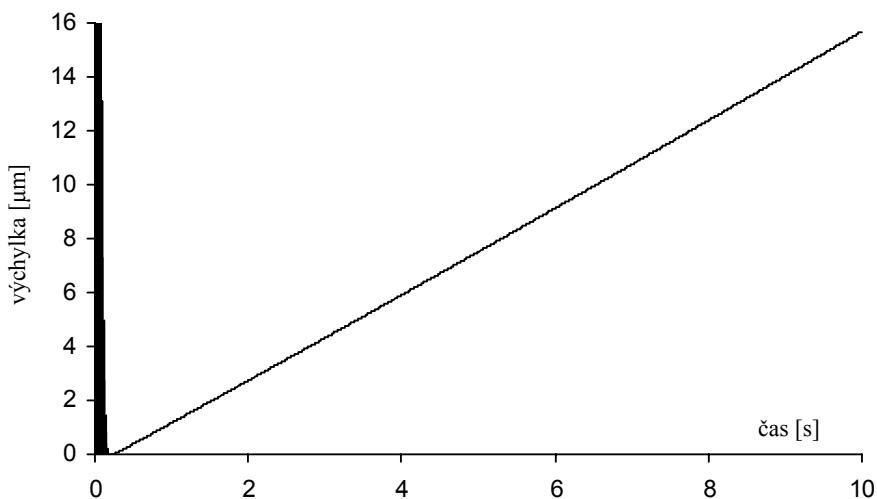
Dále se pozornost věnovala sledování časových řad výchylky středu hlavní stěny pro zatížení lineárně vzrůstající od nuly po hodnotu 40 kN v čase 10 sekund. Grafy časových řad je možno vidět obr. 5 – symetrický nosník bez imperfekce a obr. 6 – nosník s imperfekcí.

Z obr. 5 je patrné, že symetrický nosník prochází lokálními ztrátami stability již od samého počátku zatěžování. K první události došlo v čase 0.1 s, což odpovídá zatěžovací síle 400 N. Jedná se o ztrátu symetrie. Pravděpodobně další bifurkační bod lze nalézt v čase okolo 6 sekund se silou zhruba 24 kN. Pro rozpoznání těchto bodů by bylo třeba rozsáhlejší studie, což prozatím není v ohnisku zájmu.



Obr. 5: Časová řada příčné výchylky středu hlavní stěny nosníku bez imperfekce

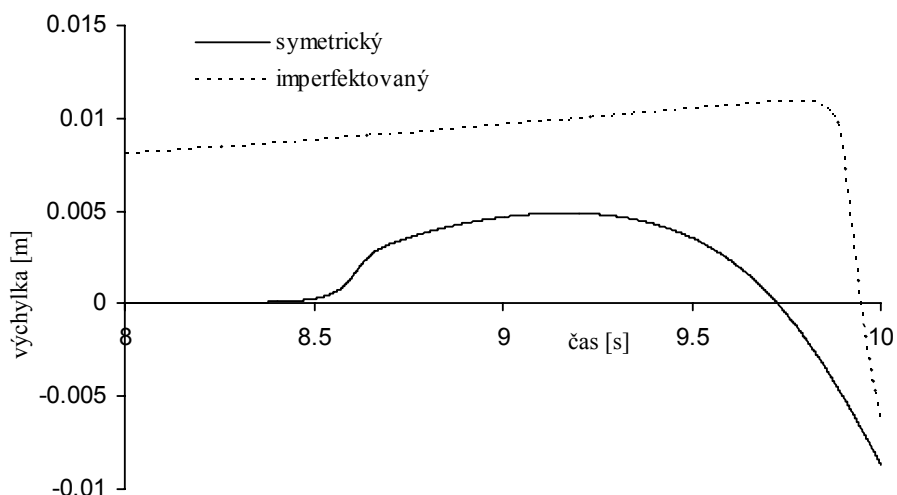
Imperfektovaný nosník takové ztráty stability neprojevuje právě z důvodu imperfekce (obr. 6). Ustabilování do imperfektovaného tvaru, které probíhá harmonicky, je patrné na obr. 6 jako úzká oblast od počátku zatěžování do zhruba jedné desetiny sekundy.



Obr. 6: Časová řada příčné výchylky středu hlavní stěny nosníku s imperfekcí

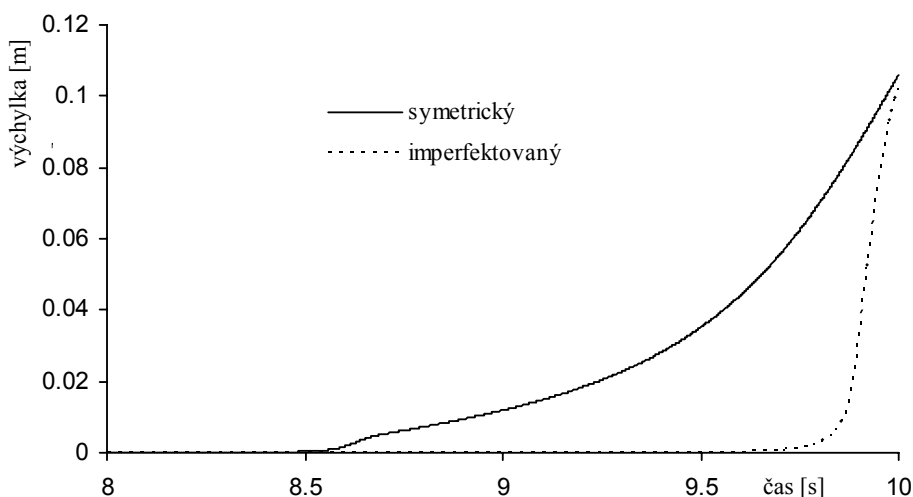
Posledním cílem bylo nalezení kritické síly pro celkovou ztrátu stability. Výpočet byl proveden podobně jako u předchozí studie s tím, že síla v čase 10 sekund dosáhla velikosti 2 600 kN. Výsledek simulace je vidět na obr. 7 – časové řady výchylky stěny a obr. 8 – časové řady výchylky působišť dvojice zatěžovacích sil.

Imperfektovaný nosník se zde opět projevil jednodušším chováním. Jeho vybočení odpovídá superkritické vidličkové bifurkaci v čase 9.89 sekund s velikostí síly  $F_{cr, imperf} = 2\,570$  kN.



Obr. 7: Výšek časové řady příčné výchylky středu hlavní stěny nosníku

Symetrický nosník (bez imperfekce) se projevuje komplikovaněji. Ke ztrátě stability dochází již v čase 8.62 sekund. V tomto okamžiku má zatěžovací síla velikost  $F_{cr,sym} = 2\,240$  kN.

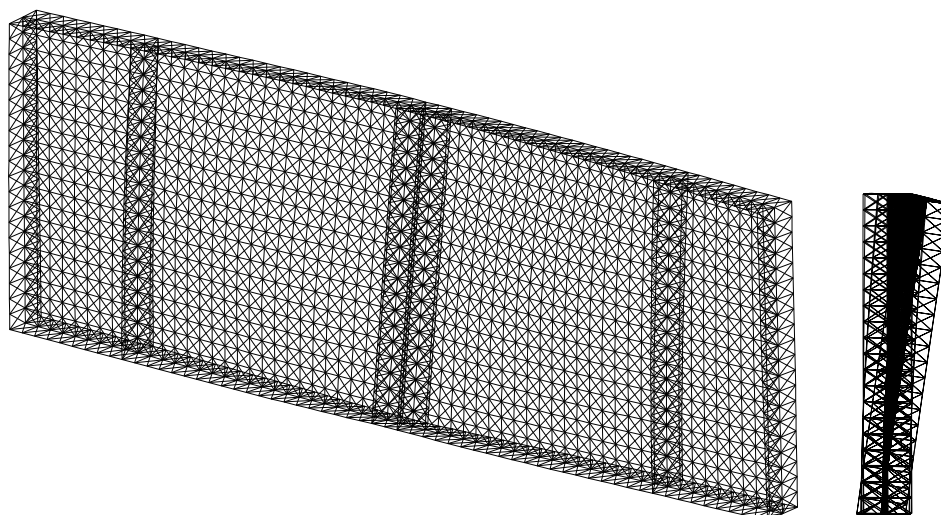


Obr. 8: Výšek časové řady příčné výchylky působíště zatěžovací dvojice

Způsoby ztráty stability se výrazně liší, ale výsledný tvar vybočení se shoduje. Tento tvar je vidět na obr. 9. Došlo k vybočení horní tlačené pásnice včetně pootočení dvojice centrálních výztuh. Dodejme, že hodnoty kritických sil neodpovídají realitě, jelikož již při zatížení nad 400 kN části nosníku plastizují, viz Kala (2008).

#### 4. Závěr

V článku byly prezentovány první výsledky dynamických simulací tenkostěnného nosníku profilu I s výztuhami, zatěžovaného v třibodovém ohybu. Nosník byl modelován pomocí speciální metody založené na fyzikální diskretizaci problému. Z prezentovaných časových řad je patrné, že pro plné pochopení chování stěny bude zapotřebí, i v tomto materiálově lineárním případě, výrazně podrobnější studie.



Obr. 9: Nosník po globální ztrátě stability. Axonometrický pohled a bokorys

### Poděkování

Článek byl vytvořen v rámci projektu GAČR 103/08/0275.

### Literatura

Arnold, V., I., (1983): Teória katastrof (orig. Teorija katastrof, vydavateľstvo Moskevské univerzity 1983), vydavateľstvo Alfa, Bratislava

Bažant Z. P., Cedolin L., (1991): Stability of Structures, Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories. Oxford University Press, New York

Frantík, P., (2006a): Simulace ztráty stability štíhlého prutu při kroucení. CD sborník mezinárodní konference Modelování v mechanice 2006, VŠB-TU Ostrava, Česká republika, 7 stran

Frantík, P., (2006b): Modelování ztráty stability prutu kroucením při osovém tlaku. Směřování kateder/ústavu STM stavebních fakult ČR a SR 2005/2006, sborník přednášek, Mikulov, Česká republika, str. 5-10.

Frantík, P., Macur, J., (2006): Kritická síla imperfektovaných systémů. Modelování a měření nelineárních jevů v mechanice, sborník příspěvků, Nečtiny, Česká republika, str. 67-70.

Frantík, P., (2007b): FyDiK application. <http://www.kitnarf.cz/fydik>.

Frantík, P., (2007a): Simulation of the stability loss of the von Mises truss in an unsymmetrical stress state. Journal Engineering Mechanics, Vol. 14, No. 3, 2007, pp. 155-162

Henrych, J., (1985): Úplná soustava finitních metod mechaniky a možnosti dalšího rozvoje, studie ČSAV 6.85, nakladatelství Akademia, Praha

Kala, Z., Kala, J., Škaloud, M., Teplý, (2004): The Stress State in the Crack-Prone Areas of "Breathing" Thin Walled Girders – a Sensitivity Analysis. Proc. of the Fourth International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures, Rome (Italy) 2004, pp. 265-276.

Kala, J., (2008): Výpočet srovnávací tuhosti programem ANSYS. Porada v rámci řešení projektu.