

# NÁHRADNÍ TUHOST PODLOŽÍ

## EFFECTIVE SUBSOIL STIFFNESS

Petr Frantík<sup>1</sup>, Pavel Bušina<sup>2</sup>

### Abstrakt

V článku je shrnuto stanovení a ověření náhradní tuhosti podloží pro praktické účely. Stanovení je založeno na výpočtu deformace pružného vrstevnatého poloprostoru. Ověření je provedeno pomocí dvou analytických řešení.

### Klíčová slova

Náhradní tuhost, Podloží, Poloprostor.

### Abstract

The paper deals with determination and verification of effective stiffness of a subsoil for practical application. The determination is based on solving of displacement of elastic layer half space. Verification is made by two analytical solutions.

### Keywords

Effective stiffness, Subsoil, Half space.

## 1 Úvod

Pro technické účely vyvstává potřeba přiměřeně odhadnout reálnou tuhost základové půdy. Jelikož je základová půda ve směru pod úrovní základové spáry prakticky neomezená, není výpočet náhradní tuhosti snadný a v inženýrské praxi se často různým způsobem zjednodušuje. Při uvažování lineárního působení materiálu podloží je jeho nejvýstižnějším modelem zřejmě tzv. pružný poloprostor, respektive v případě nehomogenního podloží tzv. vrstevnatý poloprostor, viz [1,2].

## 2 Úloha

Mějme tuhý čtvercový základ o šířce  $b = 2$  m, pro který potřebujeme určit tuhost základové půdy tvořené vrstvami dle tabulky 1 s koeficientem příčné kontrakce  $\nu = 0.3$ .

vrstva	hloubka $h$ [m]	tloušťka $t$ [m]	$E$ [MPa]
0	1.5	1.5	15
1	5	3.5	5
2	8	3	30

Tab. 1: Vrstvy podloží

<sup>1</sup> doc. Ing. Petr Frantík, Ph.D., Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky, Veveří 331/95, 602 00 Brno, e-mail: kitnarf@centrum.cz

<sup>2</sup> Ing. Pavel Bušina, Bochořákova 3076/11a, 61600 Brno, e-mail: info@busina.cz

Dle parametrů uvedených v tabulce 1 známe podloží jen do hloubky 8 metrů. Uvažujme, že nejhlubší naměřená vrstva má teoreticky neomezenou mocnost.

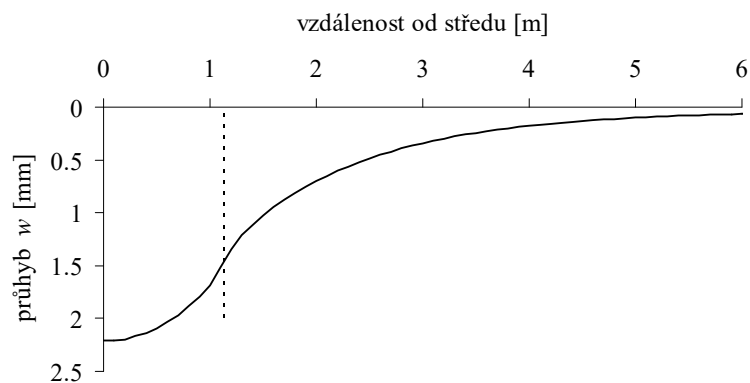
### 3 Modely

#### 3.1 Vrstevnatý poloprostor

Pro výpočet deformace pružného vrstevnatého poloprostoru byla vytvořena počítačová aplikace ELaS [3] dle postupu podrobně popsáno v příloze publikace [2]. Čtvercový základ je zde nahrazen konstantním tlakem na kruhu s poloměrem  $R$  takovým, aby byla dosedací plocha základu stejná:

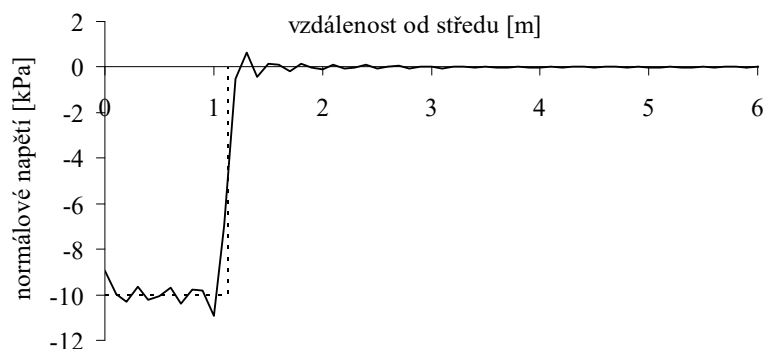
$$R = \sqrt{\frac{b^2}{\pi}}. \tag{1}$$

Průhyb poloprostoru na jeho povrchu ve středu kruhu vyšel  $w = 2.21$  mm při tlaku  $p = 10$  kPa, viz obr. 1, což odpovídá náhradní tuhosti  $k = p / w = 4.53$  MN/m<sup>3</sup>. Z průběhu deformace povrchu poloprostoru na obr. 1 je patrné, že řešení neodpovídá deformaci od tuhého základu z důvodu zatěžování konstantním tlakem. Tedy lze očekávat mírně nižší průhyb o velikosti zhruba 2 mm, což dává tuhost  $k_{ELaS} = 5$  MN/m<sup>3</sup>.



Obr. 1: Průhyb vrstevnatého poloprostoru na jeho povrchu od tlaku  $p = 10$  kPa

Na obr. 2 je zobrazen průběh normálového napětí na povrchu poloprostoru. Z obrázku je patrná numerická nepřesnost vzniklá v důsledku numerické integrace. Tuto nepřesnost můžeme vzhledem k dalším přiblížením tolerovat.



Obr. 2: Napětí na povrchu vrstevnatého poloprostoru od tlaku  $p = 10$  kPa

### 3.2 Homogenní poloprostor

Výše uvedené výsledky můžeme snadno řádově ověřit pomocí analytického řešení homogenního poloprostoru užitím nejnižší a nejvyšší hodnoty modulu pružnosti  $E$ . Pro tuhost homogenního poloprostoru  $k_{hp}$  do něhož je zatlačován kruhový válec o poloměru  $R$  platí [4,5]:

$$k_{hp} = \frac{2E}{\pi R(1-\nu^2)}. \quad (2)$$

Dosadíme-li do výrazu maximální a minimální hodnotu modulu pružnosti vyjde nám teoretický rozsah tuhosti  $k_{hp} = 3.1$  až  $18.6 \text{ MN/m}^3$ .

### 3.3 Náhradní jehlan

Užitím silové metody snadno odvodíme deformaci  $w_i$  náhradního homogenního komolého jehlanu se čtvercovými podstavami o výšce  $t_i$ :

$$w_i = \int_0^{t_i} \frac{N\bar{N}}{E_i A(x)} dx = \frac{F}{E_i} \int_0^{t_i} \frac{1}{(b_i + c_i x)^2} dx = \frac{F t_i}{E_i b_i (b_i + c_i t_i)} = \frac{F t_i}{E_i b_i b_{i+1}} = \frac{p b^2 t_i}{E_i b_i b_{i+1}}, \quad (3)$$

kde  $F = p b^2$  je náhradní zatěžovací síla,  $t_i$  je výška jehlanu,  $b_i$  je šířka jehlanu na menší podstavě a  $c_i$  je tangenta úhlu jehlanu. Pro celkovou deformaci nehomogenního jehlanu, složeného z několika homogenních jehlanů, pak platí:

$$w = \sum_{i=1}^n w_i = p b^2 \sum_{i=1}^n \frac{t_i}{E_i b_i b_{i+1}}, \quad b_{i+1} = b_i + c_i t_i, \quad b_1 = b, \quad (4)$$

kde  $n$  je počet vrstev a  $i$  je index vrstvy. Uvážíme-li, že poslední vrstva má v našem případě nekonečnou tloušťku, odvodíme:

$$w_n = \lim_{t_n \rightarrow \infty} \frac{p b^2 t_n}{E_n b_n b_{n+1}} = \frac{p b^2}{E_n b_n c_n}, \quad (5)$$

díky čemuž lze výraz (4) přepsat do tvaru:

$$w = \sum_{i=1}^n w_i = p b^2 \left( \sum_{i=1}^{n-1} \frac{t_i}{E_i b_i b_{i+1}} + \frac{1}{E_n b_n c_n} \right). \quad (6)$$

Odvozený výraz dává pro tangentu  $c_i = c = 1$ , tj. pro úhel jehlanu  $45^\circ$ , deformaci  $w = 1.905 \text{ mm}$ , což odpovídá tuhosti  $k_{jehlan} = 5.25 \text{ MN/m}^3$ .

## 4 Závěr

Článek se věnoval stanovení náhradní tuhosti podloží zatíženého tuhým základem čtvercového tvaru. Výpočtem pomocí tří různých modelů se zcela odlišnou náročností bylo dosaženo konzistentních výsledků. Ukázalo se, že i velmi jednoduchý náhradní jehlan může dát dobrý odhad výsledné tuhosti pro danou konfiguraci podloží při úhlu jehlanu  $45^\circ$ .

### Poděkování

*Děkuji váženému kolegovi doc. Ing. Petru Holcnerovi, Ph.D za podnět k vytvoření aplikace ELaS. Tento příspěvek vznikl za finanční podpory projektu LO1408 AdMaS UP – Pokročilé materiály, konstrukce a technologie, podporovaného Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky v rámci Národního programu udržitelnosti I.*

## Literatura

- [1] MAINA, J., MATSUI, K. Elastic Multi-layered Analysis Using DE-Integration *Publ. RIMS*, Kyoto University, 41 (2005), 853–867, 2005.
- [2] HUANG, Y. H., *Pavement analysis and design*, Pearson Prentice Hall, second edition, 2004.
- [3] FRANTÍK, P., Java aplikace *ELaS*, FAST VUT v Brně, 2016.
- [4] SNEDDON, I. N., *The Relation between Load and Penetration in the Axisymmetric Boussinesq Problem for a Punch of Arbitrary Profile*. *Int. J. Eng. Sci.* v. 3, pp. 47–57, 1965.
- [5] WIKIPEDIA, *Contact mechanics*.  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Contact\\_mechanics](https://en.wikipedia.org/wiki/Contact_mechanics).